

Διονύσιος Α. Αναπολιτάνος (επιμ.)

ΑΞΙΩΜΑΤΑ,  
ΠΑΡΑΔΟΞΑ, ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ  
ΚΑΙ ΕΙΚΑΣΙΕΣ

4 κείμενα φιλοσοφίας μαθηματικών

των Δ. Χριστοπούλου, Σ. Νεγρεπόντη,  
Κ. Δημητρακόπουλου, Δ. Α. Αναπολιτάνου

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΝΕΦΕΛΗ

---

ΑΘΗΝΑ 2020

ΝΕΦΕΛΗ / ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ

---

Διονύσιος Α. Αναπολιτάνος (επιμ.): *Αξιιώματα, Παράδοξα, Υποθέσεις και Εικασίες.*  
4 κείμενα φιλοσοφίας μαθηματικών των Δ. Χριστοπούλου, Σ. Νεγρεπόντη,  
Κ. Δημητρακόπουλου, Δ. Α. Αναπολιτάνου

1η έκδοση, Μάιος 2020

Στο εξώφυλλο: έργο της ζωγράφου Λίζας Γεωμπρέ από τη σειρά «Cobalt Waves -  
Μπλε Ιστορίες»

Σχεδιασμός βιβλίου: Περικλής Δουβίτσας

Τυπογραφική διόρθωση: Βαρβάρα Καρζή

ISBN: 978-960-504-279-0

© 2020 Εκδόσεις ΝΕΦΕΛΗ και οι συγγραφείς

Ασκληπιού 6, Αθήνα 106 80

τηλ.: 210 3639962 – fax: 210 3623093

[www.nefelibooks.com](http://www.nefelibooks.com)

Η Δήμητρα Χριστοπούλου είναι επίκουρη καθηγήτρια στο Τμήμα Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Αθηνών.

Ο Στέλιος Νεγρεπόντης είναι ομότιμος καθηγητής στο Τμήμα Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Αθηνών.

Ο Κωνσταντίνος Δημητρακόπουλος είναι καθηγητής στο Τμήμα Ιστορίας και Φιλοσοφίας της Επιστήμης του Πανεπιστημίου Αθηνών.

Ο Διονύσιος Α. Αναπολιτάνος είναι ομότιμος καθηγητής στο Τμήμα Ιστορίας και Φιλοσοφίας της Επιστήμης του Πανεπιστημίου Αθηνών.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Πρόλογος .....	9
1. ΔΗΜΗΤΡΑ ΧΡΙΣΤΟΠΟΥΛΟΥ	
Φιλοσοφικές υποδηλώσεις των θεμελιωδών συνολοθεωρητικών πεποιθήσεων .....	11
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	32
2. ΣΤΕΛΙΟΣ ΝΕΓΡΕΠΟΝΤΗΣ	
Ζήνων Ανθυφαιρετικός .....	35
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	110
3. ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΔΗΜΗΤΡΑΚΟΠΟΥΛΟΣ	
Μια σύντομη ιστορία της «Υπόθεσης του Συνεχούς» .....	113
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	128
4. ΔΙΟΝΥΣΙΟΣ Α. ΑΝΑΠΟΛΙΤΑΝΟΣ	
Η εικασία και το πείραμα στα μαθηματικά .....	133
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	156
Ευρετήριο όρων .....	159
Ευρετήριο κυρίων ονομάτων .....	163



## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα συλλογή κειμένων προέκυψε ως ανάγκη για την ανάδειξη θεμελιωδών εννοιολογικών συνιστωσών της φιλοσοφίας μαθηματικών. Αποτελείται από τέσσερα κείμενα, τα οποία παρατίθενται σύμφωνα με την ανάστροφη αλφαβητική διάταξη των επωνύμων των συγγραφέων τους.

Το πρώτο κείμενο φέρει τον τίτλο «Φιλοσοφικές υποδηλώσεις των θεμελιωδών συνολοθεωρητικών πεποιθήσεων» και είναι γραμμένο από την Δήμητρα Χριστοπούλου. Το κείμενο είναι εντυπωσιακής διαύγειας και βαθύνοιας. Ως περιεχόμενό του έχει την αρχική διάκριση των εννοιών της «συλλογής» και του «συνόλου» και την διεξοδική αντιμετώπιση των βασικών αξιωματών της θεωρίας συνόλων, καθώς και των θεμελιωδών συνολοθεωρητικών πεποιθήσεων που συνδέονται με αυτά. Σημαντική είναι η καταληκτική άποψη της συγγραφέως, σύμφωνα με την οποία «Θα ήταν προτιμότερο, εν τέλει, οι ρεαλιστικές προσεγγίσεις σχετικά με την ύπαρξη διαφόρων συνολοθεωρητικών συμπάντων να λάβουν έναν “τροπικό” (modal) χαρακτήρα ... Θα μπορούσε δηλαδή να θεωρηθεί ότι το status της ύπαρξης των εν λόγω συνολοθεωρητικών συμπάντων είναι δυνητικό. Η ύπαρξη των συμπάντων αυτών εξαρτάται από την δυνατότητα ύπαρξης συνεπών συστημάτων μαθηματικών αξιωματών».

Το δεύτερο και εκτενέστερο κείμενο φέρει τον τίτλο «Ζήνων Ανθυφαιρετικός» και εκπονήθηκε από τον Στέλιο Νεγρεπόντη. Είναι ένα κείμενο σημαντικό και ουσιωδώς ρηξικέλευθο, διά του οποίου προτείνεται μία εξαιρετική (και κατά τον συγγραφέα του «οριστική») ερμηνεία «και κατανόηση της φιλοσοφικής σκέψης του Ζήνωνος», των επιχειρημάτων στα αποσπάσματα B1, B2, B3 των Τεσσάρων Παραδόξων Κίνησης και του «Παραδόξου του Τόπου». Η ερμηνεία του Νεγρεπόντη βασίζεται στην γεωμετρική διαδικασία της άπειρης και περιοδικής ανθυφαίρεσης, η οποία έπαιξε βασικό ρόλο στην πυθαγόρεια ανακάλυψη της ασυμμετρίας και αρρητότητας που προηγήθηκε, και στο φιλοσοφικό ανάλογο της διαδικασίας στα επιχειρήματα του Ζήνωνος και στο σύνολο της πλατωνικής φιλοσοφίας που ακολούθησε. Ιδιαίτερη είναι η σχέση των επιχειρημάτων του Ζήνωνος και του πλατωνικού διαλόγου *Παρμενίδης*. Το κείμενο, το οποίο έχει γραφτεί ώστε να διαβάζεται αυτοτελώς, εντάσσεται στο μακροχρόνιο πρόγραμμα του συγγραφέα για την ριζική επανεξέταση και

«οριστική» ερμηνεία του συνόλου της πλατωνικής φιλοσοφικής παράδοσης με βάση την γεωμετρική ανθυφαίρεση.

Το τρίτο κείμενο με συγγραφέα τον Κωνσταντίνο Δημητρακόπουλο φέρει τον τίτλο «Μία σύντομη ιστορία της “Υπόθεσης του Συνεχούς”» και αναφέρεται στα κεντρικά σημεία της ιστορικής εμφάνισης της συγκεκριμένης υπόθεσης καθώς και της τελικής απάντησης στο ερώτημα της σχέσης της με το αξιωματικό σύστημα της κατά Zermelo-Fraenkel θεωρίας συνόλων. Η συγκεκριμένη υπόθεση, καθώς και η γενικότερή της, γνωστή ως «Γενικευμένη Υπόθεση του Συνεχούς», υπήρξε αντικείμενο ενδιαφέροντος των μαθηματικών που ασχολούνται με την λογική, και ιδιαιτέρως κάποιων κορυφαίων εξ αυτών, όπως οι Kurt Gödel και Paul Cohen, οι οποίοι και τελικώς επέτυχαν την οριστική επίλυση του προαναφερθέντος προβλήματος. Το τελικώς επιλυθέν πρόβλημα, όπως ήδη ελέχθη, ήταν αυτό της σχέσης της συγκεκριμένης υπόθεσης με το αξιωματικό σύστημα της κατά Zermelo-Fraenkel θεωρίας συνόλων.

Το τέταρτο κείμενο με συγγραφέα τον Διονύσιο Α. Αναπολιτάνο φέρει τον τίτλο «Η εικασία και το πείραμα στα μαθηματικά» και αναφέρεται σε δύο έννοιες που, συνήθως, συνδέονται (ιδιαιτέρως η δεύτερη) όχι τόσο με τα μαθηματικά όσο με τις εμπειρικές επιστήμες. Η κεντρική θέση που υιοθετείται στο κείμενο είναι ότι οι έννοιες αυτές παίζουν θεμελιώδη ρόλο στην ανάδυση των διαφόρων πλευρών της μαθηματικής πραγματικότητας. Ο ρόλος τους έχει χαρακτηριστικά εκμαιευτικό και δοκιμαστικό, κάτι που συνήθως δεν γίνεται άμεσα αντιληπτό κατά την αξιωματική αντιμετώπιση της πραγματικότητας αυτής.

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω τον συνάδελφο Κωνσταντίνο Δημητρακόπουλο, για την βοήθειά του κατά την προετοιμασία αυτής της συλλογής.

Ο πίνακας που χρησιμοποιείται στο εξώφυλλο αποτελεί σμίκρυνση έργου της ζωγράφου Λίζας Γεωμπρέ από την σειρά «Cobalt Waves – Μπλε Ιστορίες».

Διονύσιος Α. Αναπολιτάνος  
(επιμ.)